

АНАЛИЗ УСЕЧЕННЫХ ВО ВРЕМЕНИ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СЕЛЕКТИВНЫХ ИМПУЛЬСОВ

Аннотация. В работе исследуется изменение формы спектра селективных импульсов при ограничении их длительности во временной области. Решены две задачи, с помощью которых можно определять выражения, описывающие спектральную плотность усеченных селективных сигнальных функций с переходной областью, аппроксимированной кусочно-линейной функцией с несколькими параметрами. Определена ширина полосы частот, в которой находится максимальная часть энергии сигнала.

Особенностью селективных импульсов с финитным спектром, позволяющей с их помощью передавать цифровой сигнал в системах связи, является отсутствие межсимвольной интерференции (МСИ) в моменты регистрации отсчетов сигнала. Данное свойство, известное как первый критерий Найквиста, выражается во временной области в виде следующего равенства:

$$g(t) = \begin{cases} U, & k=0; \\ 0, & k=\pm 1, \pm 2, \dots \end{cases} \quad (1)$$

Существует множество импульсов, удовлетворяющих (1). Известно [1], что амплитудный спектр селективных сигналов в переходной области описывается функцией, обладающей нечетной симметрией относительно точки C с координатами $(\frac{T}{2}, 0,5UT)$. Симметрия в переходной области и компактность спектра селективных сигналов наводят на мысль о возможности их применения в цифровых системах передачи, основанных на мультиплексировании с ортогональным частотным разделением каналов (OFDM). Для OFDM-сигналов должны соблюдаться несколько требований:

- 1) конечная длительность сигнала во времени для исключения эффекта МСИ от соседних символов;
- 2) ортогональность множества сдвинутых по частоте версий одного формирующего импульса OFDM сигнала.

Селективные сигналы бесконечны во временной области и поэтому не удовлетворяют первому условию. Была поставлена задача выяснить, насколько изменится ширина спектра селективного сигнала при уменьшении его длительности во временной области. Для исследования выбран импульс, переходная область которого в полосе частот аппроксимирована кусочно-линейной функцией, а спектр определяется равенством:

$$|G(\omega)| = \begin{cases} UT, & 0 \leq |\omega| \leq \omega_A \\ UT(k_1\omega + b), & \omega_A \leq |\omega| \leq \omega_B \\ 0, & |\omega| \geq \omega_B \end{cases} \quad (2)$$

где U – значение селективного сигнала при $t = 0$; T – длительность тактового интервала;

$\omega_A = (1 - \alpha)\omega_c$, $\omega_B = (1 + \alpha)\omega_c$ – границы переходной области; $\omega_c = \frac{\pi}{T}$ – средняя частота

переходной области; α и β – параметры импульса; $k_1 = \frac{2\beta - 1}{2\alpha\omega_c}$, $b = \frac{\alpha + 1 - 2\beta}{2\alpha}$.

Следует отметить, что данный класс функций позволяет дополнительно решать задачи параметрической оптимизации [2, 3]. С помощью обратного преобразования Фурье определена временная форма сигнальной функции со спектром (2):

$$g(t; \alpha, \beta) = \frac{U}{\omega_c t} [\beta \cdot \sin(\omega_A t) + \beta \cdot \sin(\omega_B t) - k_1/t \cdot \cos(\omega_A t) + k_2/t \cdot \cos(\omega_B t)] \quad (3)$$

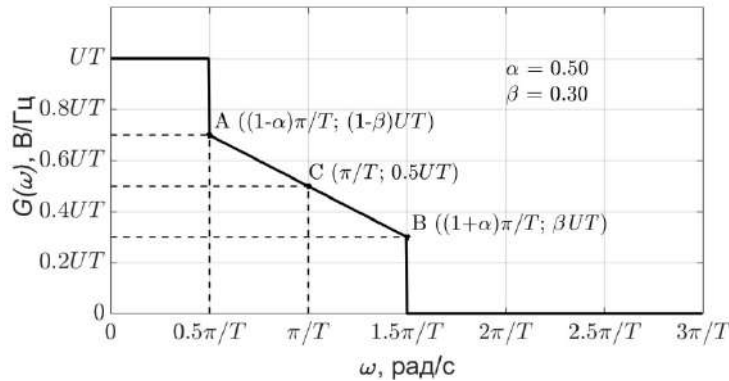
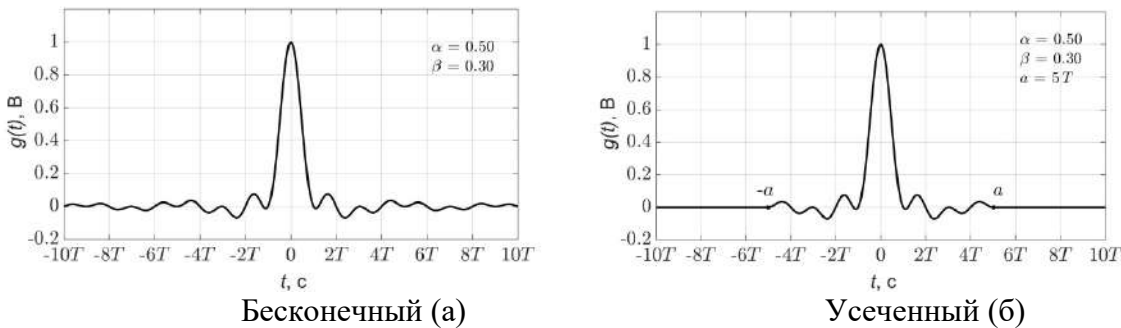


Рисунок 1 – Амплитудный спектр двухпараметрического селективного импульса



Бесконечный (а)

Усеченный (б)

Рисунок 2 – Двухпараметрический селективный сигнал

На рис. 2а показан высокий уровень боковых лепестков функции $g(t)$. Можно попробовать ограничить их длительность (рис. 2б). Определим ширину амплитудного спектра нового импульса. Как видно из (3), функция $g(t; \alpha, \beta)$ состоит из слагаемых двух типов: $\sin \frac{\omega_i t}{t} \mp \frac{\cos(\omega_i t)}{t^2}$, где ω_i – произвольная частота. Таким образом, для определения спектральной плотности импульса $g(t; \alpha, \beta)$, ограниченного интервалом $[-a; a]$, необходимо было определить:

- 1) спектр функции $s_1(t; \omega_i, \alpha) = \sin \frac{\omega_i t}{t}$, ограниченной во времени интервалом $[-a; a]$;
- 2) спектр функции $s_2(t; \omega_i, \alpha) = \cos(\omega_i t)/t^2$, ограниченной во времени интервалом $[-a; a]$.

Результаты решения первой и второй задачи:

$$S_1(j\omega; \omega_i, \alpha) = Si((\omega + \omega_i)\alpha) - Si((\omega - \omega_i)\alpha) \quad (4)$$

$$S_2(j\omega; \omega_i, \alpha) = - \left[\frac{\cos((\omega - \omega_i)\alpha)}{\alpha} + \frac{\cos((\omega + \omega_i)\alpha)}{\alpha} + (\omega - \omega_i) \cdot Si((\omega - \omega_i)\alpha) + (\omega + \omega_i) \cdot Si((\omega + \omega_i)\alpha) \right] \quad (5)$$

где $Si(x)$ – интегральный синус.

Спектральную плотность усеченного импульса (3) с использованием (4) и (5) можно представить в виде равенства:

$$G(j\omega; \alpha) = \frac{U}{\omega_c} [\beta \cdot S_1(j\omega; \omega_A, \alpha) + \beta \cdot S_1(j\omega; \omega_B, \alpha) - k_1 \cdot S_2(j\omega; \omega_A, \alpha) + k_2 \cdot S_2(j\omega; \omega_B, \alpha)] \quad (6)$$

Функцию распределения энергии [4] в полосе частот можно записать в виде:

$$\eta = \frac{W(\omega)}{W_{\text{сигнал}}} \cdot 100\%, \quad (7)$$

где

$$W(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega, a) G^*(\omega, a) d\omega \text{ и } W_{\text{сигнал}} = \int_{-\infty}^{\infty} g^2(t) dt.$$

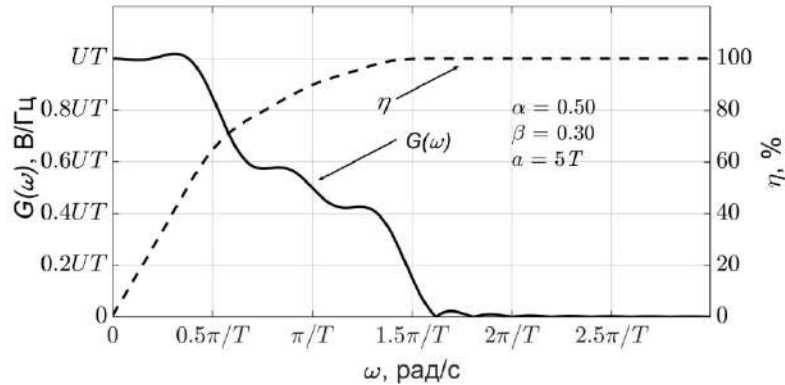


Рисунок 3 – Амплитудный спектр и распределение энергии в полосе частот усеченного двухпараметрического селективного импульса

В среде программирования MATLAB на основании (6) и (7) было построено распределение энергии импульса (рис. 2б) в полосе частот (рис. 4). Видна схожесть графиков и расширение амплитудного спектра импульса (рис. 1 и 3), при этом в новой переходной области также наблюдается центральная симметрия относительно точки $(\omega_c; 0,5UT)$. Из распределения энергии сигнала в частотной области видно, что максимальная часть его энергии по-прежнему содержится в интервале частот $[0; \omega_B]$.

Выводы

Исследовано изменение формы спектра одного из классов многопараметрических селективных импульсов. Научной новизной данной работы является получение выражений, позволяющих определить спектральную плотность и распределение энергии в полосе частот для усеченных двухпараметрических селективных импульсов. Дальнейшее исследование направлено на проверку ортогональности усеченных многопараметрических селективных сигналов.

Литература

1. Сукачев Э. А. Введение в теорию сигналов Найквиста: монография / Э. А. Сукачев. – Одесса: Освіта України, 2016. – 108 с.
2. Сукачев Э. А. Класс функций, удовлетворяющих первому критерию Найквиста / Э. А. Сукачев // Труды УНИИРТ (Одесса). – 1995. – №1. – С. 30-31.
3. Сукачев Э. А. Исследование влияния ограничения спектра на форму селективных сигналов и уровень МСИ / Э. А. Сукачев, В. А. Арбузников, В. А. Лабунский // Зв'язок. – 2003. – № 4. – С. 61-63.
4. Гуревич М. С. Спектры радиосигналов / М. С. Гуревич. – М.: Связьиздат, 1963. – 311 с.